

Proportionnalité

référence :

programme 4ème : proportionnalités

livre «Phare, mathématiques 4ème», page 121 et suivantes

1 SITUATIONS DE PROPORTIONNALITES

Q : Quand dit-on qu'une grandeur est proportionnelle à une autre ?

exemples :

si un mètre de corde a une masse de 30 gramme, quelle est la masse de 2 mètres de cordes ? de 7 mètres ? de 0,5 mètres ?

quelle valeur suffit-il de connaître pour pouvoir répondre à ces questions ?

Un litre d'huile a une masse de 0,8 kg. Quelle est la masse de 3 litres d'huile ? de 11 litres ? de 0,4 litres ?

quelle valeur suffit-il de connaître pour pouvoir répondre à ces questions ?

En une minute, un fer à souder consomme 18 000 Joules. Combien consomme-t-il en 5 minutes ? en 20 minutes ? en un tiers de minute (20 secondes) ?

quelle valeur suffit-il de connaître pour pouvoir répondre à ces questions ?

Deux grandeurs A et B sont proportionnelle si et seulement si on peut calculer l'une à partir de l'autre en multipliant par une valeur constante, (toujours la même).

cette valeur constante est appelée constante de proportionnalité.

exemples :

masse d'une corde (grammes) = longueur (mètres) x 30 (la constante de proportionnalité est égale à 30)

masse de l'huile (kg) = volume (litre) x 0,8 (la constante de proportionnalité est égale à 0,8)

consommation du fer à souder (Joules) = temps d'utilisation (minutes) x 18 000 (la constante de proportionnalité est égale à 18000)

exercices :

calculer la masse d'une corde de 17 mètres

calculer la masse de 0,2 litre d'huile

calculer la consommation du fer à souder en 11 minutes

Propotionnalité

2 RECONNAITRE UNE SITUATION DE PROPORTIONNALITE

Pour reconnaître une situation de proportionnalité, il faut au moins deux situations différentes.
exemple :

le prix de 3 litres de lait est 4,2 € (première situation)

le prix de 5 litres de lait est 7 € (deuxième situation)

Le prix est-il proportionnel au volume ?

Pour répondre, on calcule le prix d'un litre, dans chaque cas

$$4,2 / 3 = 1,4$$

$$7 / 5 = 1,4$$

le prix d'un litre (la constante de proportionnalité) est 1,4€, toujours la même : le prix est proportionnel au volume.

Exercices : voir feuille annexe

3 TABLEAU DE PROPORTIONALITÉ

On suppose qu'une grandeur est proportionnelle à une autre. Par exemple le poids d'un morceau de viande et son prix.

Il est possible de faire figurer dans un tableau les différentes valeurs du poids et du prix :

Poids	0,25	0,5	1	1,25	1,5	1,75	} x 12
Prix	3	6	12	15	18	21	

Ce tableau est appelé «tableau de proportionnalité. Pour passer de la première ligne à la deuxième, on multiplie par 12 : 12 est le «coefficient de proportionnalité»

pour passer de la deuxième ligne à la première, on **divise** par le coefficient de proportionnalité.

4 CALCUL DE LA «QUATRIÈME PROPORTIONNELLE»

Situation : on sait qu'une grandeur est proportionnelle à une autre. On connaît parfaitement un cas, on cherche une valeur dans un cas différents.

exemple : une corde de 30 mètres a une masse de 12 kg, quelle est la masse d'une corde identique de 41 mètres ?

méthode ancienne dite «règle de trois»

on me demande le poids de 41 mètres : je calcule d'abord celui d'un mètre

«si 30 mètres pèsent 12 kg, alors 1 mètre pèse **30 fois moins**»

1 mètre pèse $12/30 = 0,4$ kg

«41 mètres pèsent 41 fois plus (que 1 mètre)»

$$41 \times 0,4 = 16,4 \text{ kg}$$

On peut poser la question dans l'autre sens : Combien de mètres faut-il pour avoir une masse de 27,5 kg ?

On me demande la longueur pour 27,5 kg, alors je cherche d'avord la longueur pour un kg

«si 12 kg est le poids de 30 m, alors la longueur d'un kilogramme est 12 fois moins (30 : 12)

Proportionnalité

la longueur de 27,5 kg est 27,5 fois plus» ($(30 : 12) \times 27,5$)

Exercices à résoudre avec cette méthode. Nous sommes, dans chaque exercice, en situation de proportionnalité.

J'ai emmené 7 brouettes de terre, cela représente 1470 litres. Combien de litres représentent 3 brouettes ?

J'ai emmené 7 brouettes de terre, cela représente 1470 litres. Combien de brouettes faut-il pour obtenir 840 litres ?

Hier, j'ai acheté 1,3 kg de viande, j'ai payé 14,95 €
aujourd'hui, j'achète 1,5 kg de viande. Combien vais-je payer ?

dans un pistolet à air comprimé, une cartouche de 7 g de CO₂ permet de tirer 119 plombs
combien de plombs puis-je tirer avec une cartouche de 11 grammes de CO₂ ?

je travaille en «extra» dans un restaurant. Pour 7 heures de travail, je touche 150,5 €. Combien toucherais-je si je ne veux travailler que 5 heures ?

la Terre est à 150 millions de km du soleil. La lumière du Soleil arrive en 8 minutes.
Mars est à 228 millions de km. en combien de temps la lumière du Soleil arrive-t-elle sur Mars ?

5 POURCENTAGES

Calculer un pourcentage, c'est multiplier par un nombre puis diviser par 100.

Exemples : 25 % de 48 = $25 \times 48 / 100$, ou $(25/100) \times 48$
donner d'autres exemples

Exercices : faire calculer des pourcentages.

Proportionnalité**EXERCICE : reconnaître des situations de proportionnalité****1) Energie de chute libre**

On lâche une boule de 0,7 kg à une certaine hauteur au-dessus du sol ; On mesure l'énergie avec laquelle cette boule heurte le sol.

lâchée depuis une hauteur de 13 mètres : 91 N
 15 mètres : 105 N
 17 mètres : 119 N

L'énergie est-elle proportionnelle à la hauteur ? Si oui, donner la valeur de la constante de proportionnalité.

2) Pression dans un liquide

la pression relative dans un liquide dépend de la profondeur à laquelle on se trouve.

Dans une mer très salée (300 g/L), on a relevé les valeurs suivantes :

7 mètres : 0,91 bar
11 mètres : 1,43 bar
15 mètres : 1,95 bar
43 mètres : 57,59 bar

La pression est-elle proportionnelle à la profondeur ?

Si oui, donner la valeur de la constante de proportionnalité.

3) masse d'une goutte d'eau

On mesure la masse de gouttes d'eau sphériques de diamètres différents (en micro-gramme- μg)

diamètre : 0,2 mm ; masse : 33,5 μg
diamètre : 0,3 mm ; masse : 113,1 μg
diamètre : 0,5 mm ; masse : 523,6 μg
diamètre : 0,7 mm ; masse : 1436,8 μg

La masse est-elle proportionnelle au diamètre ? Si oui, donner la valeur de la constante de proportionnalité.

4) prix du sable

Sur le tarif d'une carrière, on note les prix suivants :

3 m³ : 4,8 €
5 m³ : 8,0 €
11 m³ : 17,6 €
15 m³ : 18 €
20 m³ : 24 €

Le prix est-il proportionnel au volume ? Si oui, donner la valeur de la constante de proportionnalité.