Exercice 1

AOI est un triangle équilatéral direct tel que : $(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AI})=\frac{\pi}{3}$, les triangles OIJ et IBA sont rectangles isocèles directs respectivement en O et en I

1) Calculer la mesure de chacun des angles géométriques : JÂO, OÂI et IÂB.

2)a) Déduisez-en une mesure de l'angle ($\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB}$)

b) Que pouvez-vous dire des points A, B, J ?

Exercice 2

C est le cercle trigonométrique associé au repère orthonormal (O ; $\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}$). M est un point de C tel que : ($\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM}$) = x.

1) Placez sur C le point M tel que : $\sin x = \frac{1}{3}$ avec x $\in [\frac{\pi}{2};\pi]$.

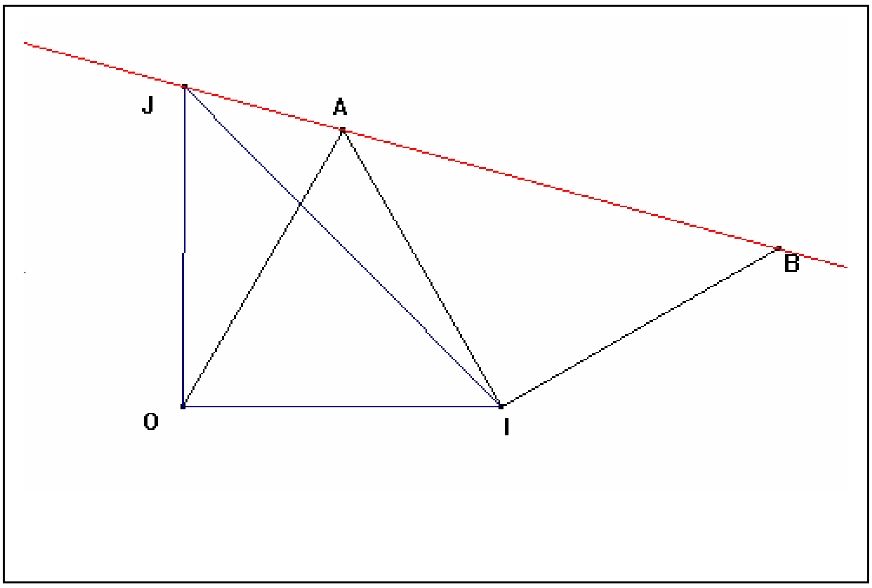
2) Calculez : $\cos x$, $\cos(\frac{\pi}{2}+x)$, $\sin(\frac{\pi}{2}+x)$, $\cos(\pi+x)$, $\sin(\pi+x)$

3) Calculer : $\tan x$, $\tan(\frac{\pi}{2}+x)$, $\tan(\pi+x)$.

Correction

Exercice 1

Figure :



Notation: Pour A, B, C des points quelconques, l'angle orienté ($\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$) est noté : $A\widehat{B}C$.

1) Le triangle *JAO* est isocèle en O, les angles OJA et JAO sont égaux.

on a $J\widehat{O}I=\frac{\pi}{2}$, $A\widehat{O}I=\frac{\pi}{3}$ on en déduit que $J\widehat{O}A=J\widehat{O}I-A\widehat{O}I$ soit $J\widehat{O}A=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$.

$2J\widehat{A}O+J\widehat{O}A=\pi$ d'où : $2J\widehat{A}O=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}\Leftrightarrow \boxed{J\widehat{A}O=\frac{5\pi}{12}}$.

le triangle OAI est équilatéral donc $\boxed{O\widehat{A}I=\frac{\pi}{3}}$.

Comme le triangle IBA est isocèle rectangle en I, alors : les angles IAB et IBA sont égaux.

D'où: $2I\widehat{A}B+\frac{\pi}{2}=\pi\Leftrightarrow \boxed{I\widehat{A}B=\frac{\pi}{4}}$.

2) En utilisant la relation de Chasles, on a:

$J\widehat{A}B = J\widehat{A}O + O\widehat{A}I + I\widehat{A}B$ anisi on a: $J\widehat{A}B = \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \boxed{J\widehat{A}B = \pi}$.

Avec la notation des vecteurs on a:

$J\widehat{A}B = (\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB})$, $J\widehat{A}O = (\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AO})$, $O\widehat{A}I = (\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AI})$, $I\widehat{A}B = (\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AB})$

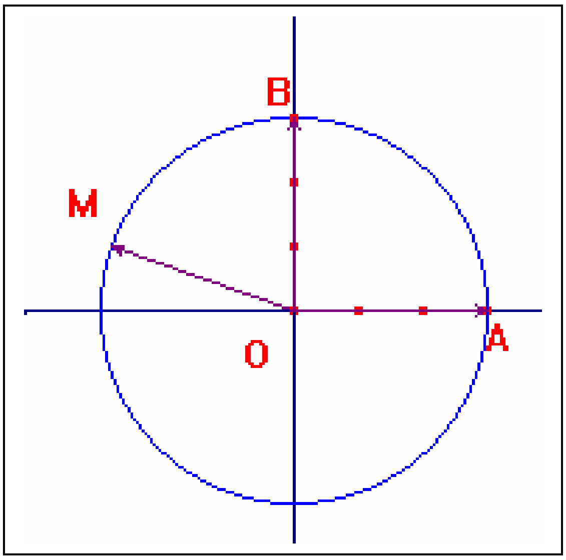
$(\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AO}) + (\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AI}) + (\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AO}) + (\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB})$

$(\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB}) = \pi$ donc les points A,B et J sont alignés.

Exercice 2

On pose $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OM}) = x$

1) Figure ci-contre



2) $\sin x = \frac{1}{3}$ avec $x \in \left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$

comme $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, *alors* $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

soit $\cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$, $\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ou $\cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$x \in \left[\frac{\pi}{2};\pi\right] \Rightarrow \cos x < 0$, *donc* $\boxed{\cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}}$.

$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x \Rightarrow \boxed{\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\frac{1}{3}}$.

$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x \Rightarrow \sin(\frac{\pi}{2} + x) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\sin(\pi + x) = -\sin x \Rightarrow \boxed{\sin(\pi + x) = -\frac{1}{3}}$.

3) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{3} \times \frac{-3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \boxed{\tan x = -\frac{\sqrt{2}}{4}}$.

$\tan(\frac{\pi}{2} + x) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + x)}{\cos(\frac{\pi}{2} + x)} = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \times -3 \Leftrightarrow \boxed{\tan(\frac{\pi}{2} + x) = 2\sqrt{2}}$

$\tan(\pi + x) = \tan x \Leftrightarrow \boxed{\tan(\pi + x) = -\frac{\sqrt{2}}{4}}$