

# Fractions et Nombres décimaux

---

**Sources :** Cours de Mme Fulcheri ET Master, Professeur des écoles, Epreuve d'admission, Mathématique, épreuve orale, Hatier Concours, Rollant Charnay, Michel Mante, 2011.

## 1. Intérêt des fractions et des nombres décimaux

Au **cycle 3**, les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des entiers.

Ces « nouveaux nombres » doivent permettre de résoudre des problèmes impossibles ou difficiles à traiter en utilisant seulement les nombres entiers naturels. Ces problèmes sont de 3 types :

- La mesure d'une grandeur
- Le repérage d'un point
- Le résultat d'un calcul

### 1.1. La mesure d'une grandeur

#### 1.1.1. Insuffisance des nombres entiers naturels :

La mesure d'une grandeur à l'aide d'une unité donnée s'exprime rarement par un nombre entier. Si je veux mesurer un objet avec mon doigt comme unité U, cet objet va avoir pour longueur entre  $4U$  et  $5U$ . La solution qui consiste à utiliser plusieurs unités a longtemps prévalu et reste en vigueur pour les durées : 2h 27 min 55 sec.

#### 1.1.2. Apport des fractions et des nombres décimaux :

L'idée de fractionner l'unité, éventuellement plusieurs fois, permet d'exprimer une mesure en n'utilisant qu'une seule unité. Par exemple, je peux plier ma feuille qui sert d'unité U en 2, en 4, en 8... puis exprimer la largeur d'un objet sous la forme  $4U + 3/4$ , qui me donne une meilleure précision.

Le fractionnement de l'unité 10, puis en 100... conduit aux fractions décimales et aux nombres décimaux.

**Exemples :**

- En prenant U comme unité U \_\_\_\_\_
- Quelle est la mesure de cette longueur ? \_\_\_\_\_

### 1.2. Le repérage d'un point

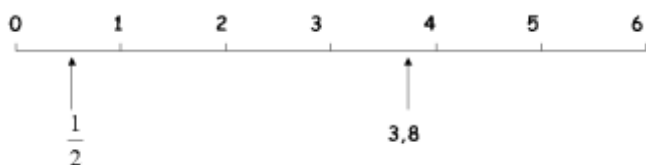
#### 1.2.1. Insuffisance des nombres entiers naturels :

Pour le repérage des points sur une ligne, les nombres entiers laissent beaucoup de « vides »...

#### 1.2.2. Apport des fractions et des nombres décimaux :

L'idée, encore, de fractionner chaque intervalle (par exemple en 10 ou en 100...) permet de repérer de nouveaux points de cette ligne à l'aide d'un nombre décimal.

**Exemple :**



### 1.3. Le résultat d'un calcul

Possibilité d'exprimer un quotient ou de l'approcher d'aussi près que l'on veut.

#### 1.3.1. Insuffisance des nombres entiers naturels :

Certains calculs n'aboutissent pas à une réponse satisfaisante avec les entiers naturels. C'est en particulier le cas de la division. Le quotient exact de 15 par 3 est un entier naturel (5), mais pas celui de 16 par 3. Avec les nombres entiers naturels, on ne peut obtenir qu'un quotient entier (3) et un reste (1).

#### 1.3.2. Apport des fractions et des nombres décimaux :

Les fractions apportent une solution simple au problème de 16 divisé par 3 : le quotient exact est  $16/3$  ! Et les nombres décimaux permettent d'en donner une approximation aussi bonne que l'on veut, par exemple 5,3 ou 5,333.

**Exemples :**

- On coupe cette ficelle de 7m en 3 morceaux de même longueur. Mesure de chaque morceau ?
- On partage équitablement 126 € entre 4 personnes. Part de chacun ?

## 2. Les fractions et les nombres décimaux dans les textes officiels

En cycle 3, seules quelques fractions usuelles (exprimées en demis, quarts, tiers et fractions décimales) sont utilisées par les élèves, et travaillées dans le but d'introduire les nombres décimaux par le biais des fractions décimales.

### 2.1. Les fractions

Au CM1, les fractions sont le plus souvent introduites comme **des outils pour exprimer et communiquer des mesures à partir d'une unité**.

En cycle 3, la fraction est introduite en référence au partage d'une unité, le **dénominateur** indiquant le nombre de parts reportées et le **numérateur** le nombre parts égales de l'unité partagée.

( $3/4$ , lu « trois quarts », est compris comme « trois fois un quart »).

Le travail sur **des fractions simples** (exprimées en demis, quarts, huitièmes, tiers, sixièmes) est prolongé par une étude **des fractions décimales** (exprimées en dixièmes, centièmes), puis celle **des fractions décimales** (exprimées par une écriture à virgule).

Les apprentissages au cycle 3 :

- **Une première signification de l'écriture fractionnaire :** *dans un contexte de mesure,  $4/3$  U est associé au repart de 4 fois une longueur obtenue en partageant en 3 l'unité initiale.*
- **La lecture de fraction :** avec des mots comme demi, tiers, quart (*lorsque le dénominateur est 2, 3 ou 4*) ou en -ième (*lorsque le dénominateur est 7, « trois septième » pour  $3/7$* ).
- **Une fraction peut être décomposée en partie entière et partie fractionnaire inférieure à 1 :**  $8/3 = 3/3 + 3/3 + 2/3 = 1 + 1 + 2/3 = 2 + 2/3$ .

Les difficultés des élèves :

- Différencier le sens de  $3/4$  de celui de  $4/3$ .
- Les fractions supérieures à 1 : difficulté à représenter une  $4/3$  d'une tarte qui ne peut être découpée qu'en 3 tiers.

- Concevoir que  $2/3 = 4/6$  : comme 4 et 6 sont supérieurs à 2 et 3, certains élèves pensent que  $2/3 < 4/6$ .

## 2.2. Les nombres décimaux

Dans les apprentissages au cycle 3, les élèves rencontrent 4 types d'expressions des nombres décimaux :

- **L'écriture décimale avec une virgule** : concevoir que la valeur d'un chiffre dépend de la position qu'il occupe dans l'écriture et de maîtriser les relations qui existent entre des chiffres situés à des rangs différents, en particulier les relations avec l'unité.

Exemple :

$$34 + 5 \text{ dixièmes} + 8 \text{ millièmes} = 34 + 5 \times 1/10 + 8 \times 1/1000$$

10 Dizaine	1 Unité	1/10 Dixième	1/100 centième	1/1000 millième
3	4	5	0	8

Si on sort ce nombre du tableau : 34,508

- **Les décompositions associées à cette écriture** :  $405,26 = 405 + 0,26 = 4 \times 100 + 5 + 2 \times 0,1 + 6 \times 0,01$ .
- **Les écritures utilisant des fractions décimales** :  $405,26 = 405 + 26/100 = 405 + 2/10 + 6/100 = 4 \times 100 + 5 + 2/10 + 6/100$ .
- **Les désignations orales en lecture courante** : 405,26 est souvent lu « quatre cent cinq virgule vingt-six » (ce type de lecture renforce certaines erreurs s'il est privilégié).
- **Les désignations orales en lecture « signifiante »** : 405,26 se lit « quatre cent cinq et 26 centièmes » ou « quatre cent cinq, deux dixièmes et 6 centièmes ».

Les difficultés des élèves :

- L'écriture décimale, comme l'écriture fractionnaire, est comprise comme une séparation entre deux nombres entiers.

Exemple :

Entoure l'écriture décimale égale à la fraction  $2/10$  :

2,10 ; 0,2 ; 0,02 ; 20,00 ; 2,0 ; 2,00

Près de la moitié des élèves d'un département ont répondu 2,10.

- L'écriture décimale est comprise comme représentant deux nombres entiers séparés par une virgule :  $1,8 + 2,6 = 3,14$ .
- Une confusion entre des mots comme dixième et dizaine.
- Une fausse « symétrie » des termes dixièmes et dizaines par rapport à la virgule.
- Les mots dizaines, dixièmes... désignent des rangs (ou positions) plutôt que des valeurs : Dans 754,61, le chiffre 6 est bien désigné comme le chiffre des dixièmes, mais l'élève ne sait pas qu'il représente 6 fois le dixième de l'unité.

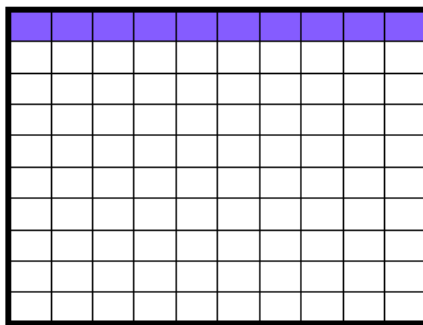
### Lien avec la numération

Toujours le même principe : Passage d'un rang à l'autre par groupements et échanges.

10 dixièmes c'est une unité



Il faut 10 centièmes pour faire 1 dixième



12 dixièmes = 10 dixièmes + 2 dixièmes = 1 unité + 2 dixièmes

24 centièmes = 2 dixièmes + 4 centièmes

C'est plus petit que 3 dixièmes

### 2.3. Comparaison des fractions et des nombres décimaux

Plusieurs savoir-faire ou technique sont enseignés aux élèves : comparer des nombres décimaux, intercaler des nombres entre deux autres, multiplier un nombre décimal par 10, 100, ...

#### 2.3.1. Comparaison des fractions

Elle n'est envisagée qu'en cycle 3, dans des cas simples :

- Le fait que  $5/4$  soit plus grand que  $3/4$  est facilement reconnu.
- Le fait que  $5/4$  soit supérieur à 1 est plus difficile à établir : les élèves peuvent prendre appui sur le fait qu'il faut 4 quarts pour faire 1.
- Les élèves peuvent reconnaître l'égalité  $3/2$  et  $6/4$  par un raisonnement.

#### 2.3.2. Comparaison des nombres décimaux

La comparaison des nombres décimaux occupe une place importante au cycle 3 et les élèves apprennent un algorithme de comparaison de ces nombres exprimés à l'aide d'une écriture à virgule.

Deux procédures de comparaison peuvent être enseignées.

Toutes deux proposent de comparer d'abord les parties entières. Dans le cas où elles sont différentes, la conclusion est immédiate. Dans le cas où elles sont égales, deux démarches sont possibles :

- Mettre les parties décimales « au même format » ;
- Examiner successivement chaque chiffre situé à droite de la virgule.

Le second algorithme est préférable au premier, car il ne ramène pas la comparaison de décimaux à la comparaison d'entiers.

#### 2.3.3. Multiplier (ou diviser) un nombre décimal par 10, 100, ...

Quand on multiplie (divise) un nombre par 10, 100, ... chaque chiffre du nombre prend une valeur 10 fois, 100 fois ... plus grande (plus petite).

## 3. Les programmes de l'école primaire

### 3.1. B.O. 2008, cycle 3

Rubrique « Nombre et calcul » :

**Les nombres décimaux et les fractions :**

Les fractions simples et décimales :

- écriture,
- encadrement entre deux nombres entiers consécutifs,
- écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1,
- somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;

Les nombres décimaux :

- désignations orales et écritures chiffrées,
- valeur des chiffres en fonction de leur position,
- passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement,
- comparaison et rangement,
- repérage sur une droite graduée,
- valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

### 3.2. Socle commun

**Compétences attendus à la fin du CM2 :**

L'enfant est capable de :

- Ecrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux (jusqu'au centième) et quelques fractions simples.

### 3.3. Progressions des apprentissages :

	CM1	CM2
Fractions	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième.</li> <li>- Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.</li> <li>- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.</li> <li>- Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.</li> </ul>
Décimaux	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100e).</li> <li>- Savoir : <ul style="list-style-type: none"> <li>• les repérer, les placer sur une droite graduée,</li> <li>• les comparer, les ranger,</li> <li>• les encadrer par deux nombres entiers consécutifs,</li> <li>• passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000e).</li> <li>- Savoir : <ul style="list-style-type: none"> <li>• les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence,</li> <li>• les comparer, les ranger,</li> <li>• produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001...</li> </ul> </li> <li>- Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.</li> </ul>

## 4. Quelques pistes pour des activités

**Le jeu du furet :**

De dixième en dixième ou de 0,5 en 0,5

**En calcul mental :**

Les compléments à l'entier supérieur : De 1,5 pour aller à 2, de 7,6 pour aller à 8, de 1,99 pour aller à 2.

## Dictée de nombres

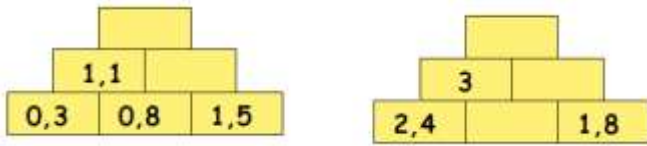
- 3,547 « trois virgule cinq cent quarante-sept » dire plutôt : "trois unités, 5 dixièmes, 4 centièmes et 7 millièmes"
- 4,02 « quatre virgule zéro deux » dire plutôt "2 centièmes et 4 unités"

## Jeu des dominos

Principe du jeu de domino, mais avec des écritures fractionnaires ou décimales de nombres.

$\frac{3}{10}$	1,02	$1+\frac{2}{100}$	0,09	$\frac{9}{100}$	4,5
----------------	------	-------------------	------	-----------------	-----

## Pyramide



## Le jeu de la cible

Seules questions autorisées :

- « Est-il plus petit que ..... » ?
- « Est-il plus grand que ..... » ?
- « Est-il entre ..... et ..... » ?

Il s'agit de découvrir un nombre pensé. Chaque élève dispose de la droite graduée

## Le jeu des fléchettes

Où lancer 6 fléchettes pour marquer 20,202 points ?

Tom a placé 2 fléchettes sur 0,01 et quatre fléchettes sur 10. Combien de points a-t-il obtenus ?

Théo veut marquer 10 points en mettant des fléchettes uniquement dans la zone 0,1.

Combien de fléchettes doit-il placer ?

