

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } C = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -7 & -7 \end{pmatrix}$$

Prouver qu'il existe des réels x et y tels que $x A + y B = C$

CORRECTION

$$x A + y B = x \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x A + y B = \begin{pmatrix} x+y & 2x-y \\ 3x-y & 4x+y \end{pmatrix}$$

$$x A + y B = C \Leftrightarrow x \text{ et } y \text{ sont solutions du système } \begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-5 \\ 3x-y=-7 \\ 4x+y=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ 3x=-5-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{Vérification : } 3x-y = -6-1 = -7 \text{ et } 4x+y = -8+1 = -7 \text{ donc le système } \begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-5 \\ 3x-y=-7 \\ 4x+y=-7 \end{cases} \text{ a pour solutions } \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$C = -2A + B$$