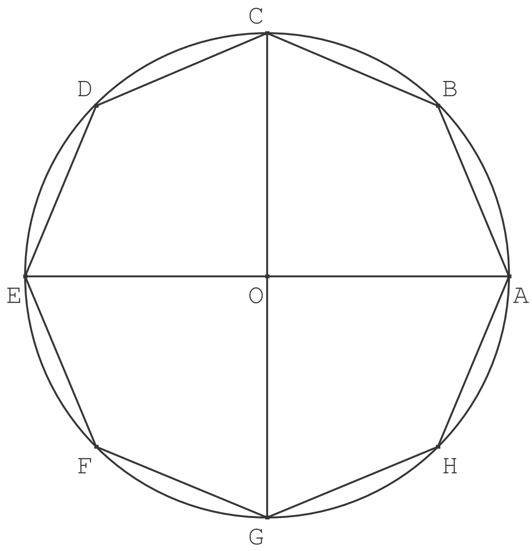
EXERCICE 1 :

Sur la figure ci-contre ABCDEFGH est un octogone régulier inscrit dans le cercle trigonométrique.
Donnez la mesure principale des angles orientés suivants :



1. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=$

2. $\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OG}\right)=$

3. $\left(\overrightarrow{GB};\overrightarrow{GC}\right)=$

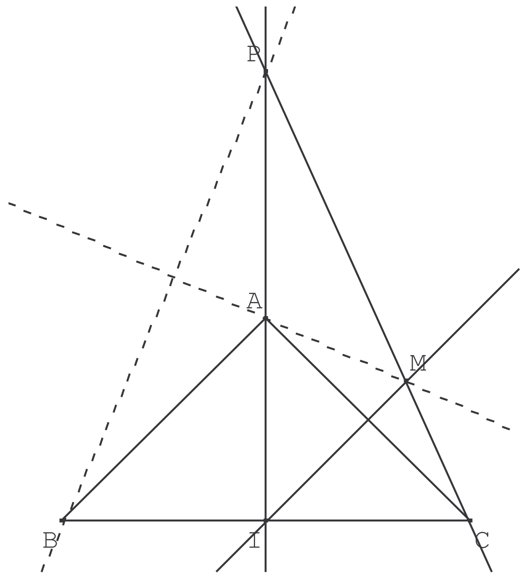
4. $\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB}\right)=$

5. $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AH}\right)=$

EXERCICE 2 :

ABC est un triangle rectangle isocèle tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

I est le milieu de [BC] et Δ la médiatrice de [AC].
M est un point de Δ est (CM) coupe (AI) en P.



1 En utilisant deux réflexions, justifier que :

a. $\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AC}\right)=-\left(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{CA}\right)$

b. $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BP}\right)=-\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CP}\right)$.

2. a. Justifier que $\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BP}\right)=\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BA}\right)+\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BP}\right)$

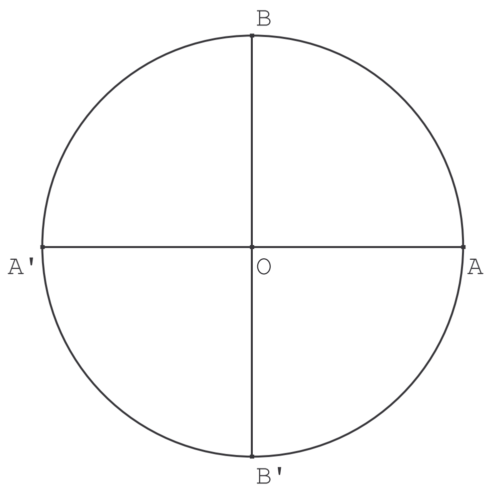
b. En déduire que $\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BP}\right)=\dfrac{\pi}{2}-\left(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{CP}\right)$.

3. a. En déduire $\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BP}\right)$

b. Qu'en déduire pour les droites (AM) et (BP) ?

EXERCICE 3 :

Après avoir déterminé les mesures principales des angles donnés, placer les points correspondants sur le cercle trigonométrique puis donner le cosinus, le sinus et la tangente des réels donnés.



1.a. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)=\dfrac{4\pi}{3}$. Mesure principale de $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)$ **:**

b. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right)=\dfrac{71\pi}{3}$. Mesure principale de $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right)$ **:**

c. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)=-\dfrac{54\pi}{3}$ .Mesure principale de $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)$ **:**

2.a. $\cos\dfrac{4\pi}{3}=$; $\sin\dfrac{4\pi}{3}=$; $\tan\dfrac{4\pi}{3}=$

b. $\cos\dfrac{71\pi}{3}=$; $\sin\dfrac{71\pi}{3}=$; $\tan\dfrac{71\pi}{3}=$

c. $\cos(-\dfrac{54\pi}{3})=$; $\sin(-\dfrac{54\pi}{3})=$; $\tan(-\dfrac{54\pi}{3})=$

Corrigés

EXERCICE 1 :

1. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=\dfrac{2\pi}{8}=\dfrac{\pi}{4}$ **2.** $\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OG}\right)=-3\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=-\dfrac{3\pi}{4}$ **3.** $\left(\overrightarrow{GB};\overrightarrow{GC}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)=\dfrac{\pi}{8}$

4. $\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$ **5.** $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AH}\right)=2\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AO}\right)=2\left[\dfrac{1}{2}\left(\pi-\dfrac{\pi}{4}\right)\right]=\dfrac{3\pi}{4}$

EXERCICE 2 :

1.a. Δ étant la médiatrice de [AC] et M appartenant à cette droite, les points A et C s'échangent par la réflexion d'axe Δ et M est invariant par cette transformation. Une réflexion étant une isométrie négative, on a alors le résultat voulu.

b. La droite (AI) étant une médiane du triangle ABC isocèle en A , elle est aussi axe de symétrie de ce triangle . Les points B et C s'échangent donc par la réflexion d'axe (AI) et P est invariant par cette transformation car il appartient à (AI). Une réflexion étant une isométrie négative, on a alors le résultat voulu.

2.a. Par la relation de Chasles pour les angles, on a immédiatement :

$$\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BP}\right)=\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BP}\right)=\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BA}\right)+\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BP}\right)$$

b. En utilisant les deux résultat du 1., on a alors :

$$\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BP}\right)=-\left(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{CA}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BA}\right)-\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CP}\right)=-\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)-\left[\left(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{CA}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CP}\right)\right]=\frac{\pi}{2}-\left(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{CP}\right)$$

3. a. Comme C, m et P sont alignés dans cette ordre, on a alors $\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BP}\right)=\dfrac{\pi}{2}-0=\dfrac{\pi}{2}$.

b. Il en résulte que les droites (AM) et (BP) sont perpendiculaires.

EXERCICE 3 :

1.a. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)=\dfrac{4\pi}{3}$. Mesure principale de $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)$: $\dfrac{4\pi}{3}-2\pi=-\dfrac{2\pi}{3}$

b. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right)=\dfrac{71\pi}{3}$. Mesure principale de $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OD}\right)$: $\dfrac{71\pi}{3}-24\pi=-\dfrac{\pi}{3}$

c. $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)=-\dfrac{54\pi}{3}$ .Mesure principale de $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OE}\right)$: $-\dfrac{54\pi}{3}+18\pi=0$

2.a. $\cos\dfrac{4\pi}{3}=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+\pi\right)=-\cos\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$;

$\sin\dfrac{4\pi}{3}=\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\pi\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

$\tan\dfrac{4\pi}{3}=\dfrac{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{1}{2}}=\sqrt{3}$

b. $\cos\dfrac{71\pi}{3}=\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$; $\sin\dfrac{71\pi}{3}=\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\tan\dfrac{71\pi}{3}=\dfrac{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{2}}=-\sqrt{3}$

c. $\cos\left(-\dfrac{54\pi}{3}\right)=\cos 0=1$; $\sin\left(-\dfrac{54\pi}{3}\right)=\sin 0=0$; $\tan\left(-\dfrac{54\pi}{3}\right)=\dfrac{0}{1}=0$

Exercice 4

1. Construisez une ligne brisée *ABCDE* telle que :

AB = 4, *BC* = 3, *CD* = 2 et *DE* = 2 (en cm) et $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})=-\frac{5\pi}{6}$, $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})=-\frac{\pi}{2}$, $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE})=\frac{\pi}{3}$.

2. a) Justifiez l'égalité $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE})$.

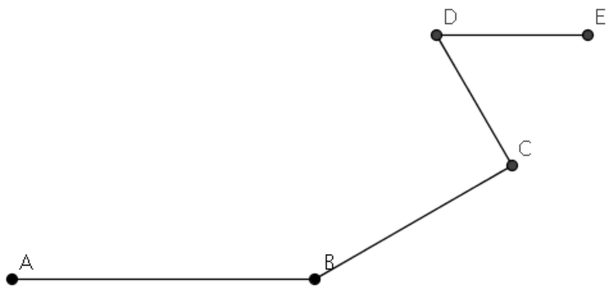
b) Déduisez-en une mesure de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})$.

3. Justifiez la colinéarité de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$, et déduisez-en le réel *k* tel que $\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{AB}$.

Exercice 4 Corrigé

1. Construisez une ligne brisée *ABCDE* telle que :

AB = 4, *BC* = 3, *CD* = 2 et *DE* = 2 (en cm) et $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})=-\frac{5\pi}{6}$, $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})=-\frac{\pi}{2}$, $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE})=\frac{\pi}{3}$.



2. a) Justifiez l'égalité $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE})$.

En utilisant la relation de Chasles deux fois ,

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DE})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})+(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE})$

b) Déduisez-en une mesure de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})$.

Comme $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})=-\frac{5\pi}{6}$, $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})=\pi-\frac{5\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$;

comme $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})=-\frac{\pi}{2}$, $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD})=\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$;

comme $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE})=\frac{\pi}{3}$, $(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{DE})=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$.

De la relation établie au a) on déduit que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}+\frac{4\pi}{3}=2\pi$.

3. Justifiez la colinéarité de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$, et déduisez-en le réel *k* tel que $\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{AB}$.

Comme $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DE})=2\pi$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires de même sens.

Comme *AB* = 4 et *DE* = 2, *DE* = $\frac{1}{2}$ *AB* et comme $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ ont même sens ,

$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.