BOUMANZAH said — **تمارين حول الد وال الأسية**

$\ln(x)$ _____ e^{x} _____ $-f(x)$

ا لتمرين 1)

حل المعادلات التالية في IR :

- $e^{2x}-2e^{x-1}=0$ • $e^{2x}+3e^{x}-4=0$ • $e^{x}-8+15e^{-x}=0$ •
- $\frac{e^{-2x+1}-2}{e^{x}-4}=\frac{1}{2}$ • $\frac{e^{x}}{e^{-2}}+\sqrt{\frac{1}{e^{2x-4}}}=2e^{2}$ • $\left|e^{\frac{3}{x}-1}-5\right|=1$ • $\ln\left(e^{\frac{x^2}{2}}\right)-e^{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}=\frac{x}{2}$ •

التمرين2)

حل المتراجحات التالية في IR :

- $\sqrt{2}e^{-x+3}\le e^{2x}$ • $(e^{x}-1)(e^{-x}-3)\ge 0$ • $\left|e^{2x-3}-1\right|\prec 4$ •
- $e^{x}+2e^{-x}-3>0$ • $e^{2x+2}-3e^{x+1}<10$ • $3^{2x+1}+2\cdot 3^{x}-1<0$ •

التمرين3)

حل ا لنظمات التالية في IR^2 :

- $\begin{cases} e^{x}-e^{2y}=0 \\ x^{2}+y^{2}=5 \end{cases}$ • $\begin{cases} 2e^{x}-e^{y}=1 \\ 3e^{x}+2e^{y}=12 \end{cases}$ • $\begin{cases} \frac{e^{x}}{3^{y}}=e^{x-1} \\ \ln(2^{x}\cdot y)=\frac{1}{2} \end{cases}$ • $\begin{cases} 3^{x}=5^{y} \\ x^{3}=y^{5} \end{cases}$ •

التمرين4)

حدد D_f مجموعة تعريف كل دالة ثم ا درس قابلية اشتقاقها على كل مجال من D_f

ثم حدد f' (1• $f(x)=x^{2}e^{-3x}$ (2• $f(x)=\frac{e^{2x-1}}{x^{2}-1}$ (3• $f(x)=\frac{e^{x}+2}{e^{-x}-1}$

(4• $f(x)=1-2x+\frac{1}{e^{2x-1}}$ (5• $f(x)=\ln(e^{x}-1)-x$

6) • $f(x)=\ln\left|e^{-x}-1\right|$ 7) • $f(x)=\sqrt{e^{x}-e^{x/2}}$ 8) • $f(x)=\ln(e^{x}-e^{\frac{1}{x}})$

9) • $f(x)=2^{x}-x+1$ 10) • $f(x)=(1+x)^{x}$

التمرين5)

حدد الدوال الأصلية لكل دالة من الدوال التالية على المجال I

• $f(x)=(x-1)e^{x^2-2x}, I=]-\infty,+\infty[$

• $g(x)=\sin(2x)\,e^{3+\cos^2 x}, I=\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ • $h(x)=\ln(x)e^{x(1-\ln(x))}, I=]0,+\infty[$

• $h(x)=\left(\frac{2x+2}{x^2}\right)e^{\left(\frac{1}{x}-\ln(-x)\right)}, I=]-\infty,0[$

• $i(x)=\left(1-\frac{\sqrt{x}}{x}\right)e^{2\sqrt{x}-x}, I=]0,+\infty[$

التمرين6)

احسب النهايات التالية :

1) • $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x^2-\frac{1}{x}}$ 2) • $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x^3+x}$ 3) • $\lim\limits_{x\to1} e^{\frac{x}{1+x}-1}$ 4) • $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^{x}$

5) • $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}e^{-x}$ 6) • $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{e^{x}}{x^3}$ 7) • $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^{x\sin x}-1}{x}$ 8) • $\lim\limits_{x\to+\infty} x(e^{1/x}-1)$

9) • $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^{x}-2+e^{-x}}{x}$ 10) • $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}-x^3+5$ 11) • $\lim\limits_{x\to+\infty} x+1+e^{x^2}$ 12) • $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{x}-2}{x^2+3}$

13) • $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}\ln(e^{x}+1)$ 14) • $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^{x}-1}{\ln(x+1)}$ 15) • $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2(e^{1/x}-e^{1/(x+1)})$

16) • $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(1+e^{x})-x$ 17) • $\lim\limits_{x\to+\infty} (1+\frac{1}{x})^{x}$

ملا حظة: في ما يلي (C_f) هومنحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

ا لتمرين7)

نعتبر الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x)=x-xe^{x}$

1)نضع $g(x)=1-(x+1)e^{x}$

أ- حدد D_g ثم احسب $\lim_{|x|\to+00} g(x)$

ب- ادرس تغيرات الدالة g

ج- احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

2) حدد D_f ثم احسب نهايات f عند محدات D_f

2) أدرس تغيرات f

3)حدد الفروع اللا نهائية ل (C_f)

4)حدد نقطة انعطاف ل (C_f)

5)أنشئ (C_f)

التمرين8)

لتكن f دالة معرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x)=(x-1)\,e^{1/(x-1)}, x\neq 1 \\ f(1)=0 \end{cases}$

1)حدد D_f ثم ادرس اتصال f عند $x_0=1$

2)احسب $\lim_{x\to+00} f(x)$ و $\lim_{x\to-00} f(x)$

3)بين أن $\lim_{|x|\to+00} f(x)-x=0$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{x-1}$) ثم أول النتيجة هندسيا

4)أ- ادرس قابلية اشتقاق f على يسار 1

ب- بين أن $f'(x)=\left(\frac{x-2}{x-1}\right)e^{\frac{1}{x-1}}$ ثم ضع جدول تغيرات f

5)أنشئ (C_f)

التمرين 9)

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\ln(e^{x}-e^{x/2})$

1)بين أ ن $D_f=IR^{*+}$ ثم احسب نهايات عند محدات D_f

2) حدد $f'(x)$ لكل x من D_f ثم ضع جدول تغيرات f

3)أ- بين أن $\forall x\in D_f, f(x)=x+\ln(1-e^{-x/2})$

ب- استنتج معادلة المقارب المائل ل (C_f)

4) أنشئ (C_f)

التمرين 10

لتكن f دالة معرفة كما يلي : $f(x)=2+2x-\frac{e^x}{1-e^x}$

1) حدد D_f ثم احسب نهايات عند محدات D_f

2) أ – احسب $\lim_{x\to+00} f(x)-3-2x$ و $\lim_{x\to-00} f(x)-2-2x$

ب- استنتج الفروع اللا نهائية ل (C_f)

3) أ- احسب $f'(x)$ لكل x من المجالين $]-00,0[$ و $]0,+00[$

ب- ضع جدول تغيرات f

4) بين أن النقطة $\Omega(0,\frac{5}{2})$ مركز تماثل ل (C_f)

5) أنشئ (C_f)

التمرين 11

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1}+x$

1) حدد D_f ثم ادرس زوجية الدا لة f

2) احسب $\lim_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+00} f(x)$

3) ادرس تغيرات f على $]0,+00[$

4) ادرس تقعر (C_f)

5) بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α يحقق $\ln3\prec\alpha\prec\ln5$

6) أ – بين أن $\forall x\succ0\ f(x)=x+1+\frac{2}{e^x-1}$

ب- استنتج معادلة ديكارتية للمقارب المائل ل (C_f) ثم حدد وضعه النسبي مع (C_f)

7) أنشئ (C_f)

ا لتمرين12)

نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x-\ln(1+\frac{1}{x}) \ ,x \succ 0 \\ f(x)=(1-x)e^{x}-\frac{x^{2}}{2} \ ,x \leq 0 \end{cases}$$

1)أحسب $\lim_{x\to+00} f(x)$ و $\lim_{x\to-00} f(x)$ ثم $\lim_{x\to0^{+}} f(x)$

2)ادرس الفروع اللا نهائية ل (C_f)

3)بين أن $\lim_{x\to0^{-}} \frac{f(x)+1}{x}=0$ ماذا تستنتج بالنسبة للدالة f وبالنسبة للمنحنى (C_f)

4)أ- أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]-00,0[$ و $]0,+00[$

ب- اعط جدول تغيرات f

5)بين أن المعادلة تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$

6)أدرس على المجا ل $]0,+00[$ الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$

7) أنشئ (C_f) والمستقيم (Δ)

8)لتكن g قصور على المجال $I=]0,+00[$

أ- بين أن g تقابل من $I=]0,+00[$ نحو J

ب- أنشئ $(C_{g^{-1}})$

ا لتمرين13)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n}{e}} \quad n\geq1 \\ u_1=e^{2} \end{cases}$$

1)بين أن $\forall n\geq1 \quad u_n \succ \frac{1}{e}$

2)بين أن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة

3)لتكن $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة كما يلي: $n\geq1$ $v_n=\frac{1+\ln(u_n)}{2}$

أ- بين أن $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

ب- استنتج v_n ثم u_n بدلالة n

ج- احسب $\lim_{n\to+00} u_n$

التمرين14)

1) نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x)=\sqrt{1-e^{-2x}}$

حدد D_f ثم احسب $\lim_{x\to+00} f(x)$

2) نعتبر المتتاليتين $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 2}$ المعرفتين كما يلي

: $u_{n+1}=\sqrt{u_n^{\,2}+\frac{1}{e^{2n}}}\,,\ n\geq 1$ و $u_1=1$, $v_n=u_n^{\,2}-u_{n+1}^{\,2}\quad n\geq 2$

أ- بين أن $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية محددا أساسها

ب- أحسب بدلالة n المجموع (S_n) :

$$S_n=v_2+v_3+\cdots+v_n\ (n\geq 2)$$

ج- استنتج أن : $u_n=\frac{f(n)}{f(1)}$

د- أحسب $\lim_{n\to+00} u_n$