UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI
FACULTE DES SCIENCES DE TETOUAN
FILIERE : SCIENCES DE LA MATIERE CHIMIE (S1)
MODULE : PHYSIQUE 1
ANNEE UNIVERSITAIRE : 2007/2008

TRAVAUX DIRIGES DE MECANIQUE 1

Ex.1 Un point matériel se déplace dans un plan $(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y)$ de telle sorte que

$$\overrightarrow{OM} = (2t^2-2)\vec{e}_x + t\vec{e}_y$$

1- Donner l'équation et la nature de la trajectoire.
2- Donner les coordonnées et la norme du vecteur vitesse au cours du temps.
3- Donner les coordonnées et la norme du vecteur accélération ainsi que ses composantes tangentielle et normale. En déduire la valeur du rayon de courbure en fonction du temps.

Ex.1' Une particule *M* se déplace sur la courbe définie par les équations paramétriques :

$$\begin{cases} x=t \\ y=t^2 \\ z=t^3 \end{cases}$$

où *x, y, z* désignent les coordonnées cartésiennes de la particule à l'instant *t*.
Déterminer :
1- Le module de la vitesse et de l'accélération de *M* à l'instant *t.*
2- Le rayon de courbure au point de la trajectoire de coordonnées *(0, 0, 0).*

Ex.2 Dans le repère orthonormé $(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$ un point décrit une hélice circulaire

$$\begin{cases} x=R\cos\theta \\ y=R\sin\theta \\ z=h\theta \end{cases}$$

avec la vitesse angulaire ω constante. A l'instant t=0 le point est en A(R,0,0)
1- Calculer dans ce repère les composantes du vecteur vitesse. Donner sa norme. Montrer qu'il fait un angle constant avec l'axe $(O,\vec{e}_z)$.
2- Calculer les composantes du vecteur accélération, en déduire le rayon de courbure.
3- Evaluer la distance parcourue sur l'hélice à l'instant t.

Ex.3 Dans le modèle d'atome de Sommerfield, l'électron décrit l'ellipse, dont le foyer est occupé par le noyau, d'équation

$$r=\frac{p}{1+e\cos\theta}$$

de paramètre p, et d'excentricité

$$e=\sqrt{1-(l/n)^2}$$

n étant le nombre quantique principal et *l* le nombre quantique orbital. Soit *C* la constante des aires ($r^2\dot{\theta}=C$).
1- Déterminer les accélérations maximales et minimales de l'électron *2p* de l'atome d'hydrogène qui gravite sur l'orbite L (*n* = 2, *l* = 1), le paramètre valant *p* = 4.10^{-3} C^2 (S.I.) et le demi-grand axe de l'orbite elliptique valant *a* = 3 Å.
2- Quelle est la période de l'électron sur son orbite en fonction de *a* ? *Application numérique*. Rappelons que le demi-petit axe se déduit de *a* par la formule $b=a\sqrt{1-e^2}$ et que l'aire de l'ellipse est *S* = π*ab*.
3- Déterminer la vitesse minimale v_m de l'électron en fonction de *a* et *e*. Même question pour la vitesse maximale v_M. *Application numérique*.

Ex.3' Un électron *M* se déplace autour du noyau *O* de façon que son accélération soit constamment dirigée vers *O*. Sa trajectoire est une ellipse de paramètre *p* et d'excentricité *e*, dont le foyer est occupé par le noyau, d'équation en coordonnées polaires :

$$r=\frac{p}{1+e\cos\theta}$$

1- Déterminer la vitesse minimale v_m et la vitesse maximale v_M de l'électron en fonction de la constante des aires C, de p et de e.
2- Quelle est la valeur numérique de l'excentricité e lorsque le rapport v_m/v_M vaut $1/3$?

Ex.4 Dans le plan fixe xOy, une droite Ox' tourne autour de Oz, avec une vitesse angulaire constante $\omega=\dot{\theta}$. Un mobile M ($OM = r$) se déplace sur la droite Ox' suivant la loi :

$$r = r_0\,(\cos \omega t + \sin \omega t) \quad (r_0 = Cte).$$

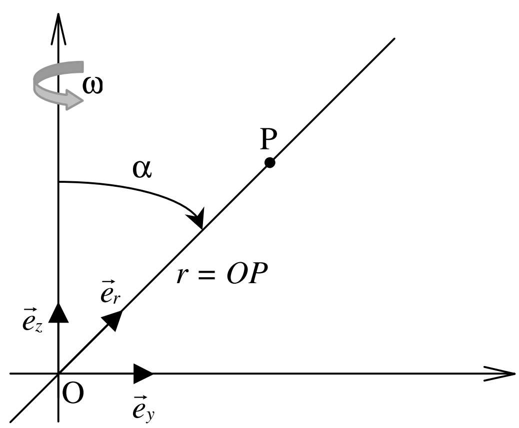
Déterminer à l'instant t, en fonction de r_0 et ω, dans le repère mobile $x'Oy'$.
1- La vitesse relative et la vitesse d'entraînement de M.
2- Le module et la direction de la vitesse absolue de M. Cas particulier où M passe en M_0 défini par $OM_0 = r_0$.

Ex.5 Un disque de rayon R tourne d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire Ω autour de l'un de ses diamètres porté par l'axe $z'z$ du référentiel fixe $R_a(Oxyz)$.
Un point M parcourt la périphérie de ce disque d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω.
Donner l'expression du module de la vitesse absolue du point M en fonction de R, Ω, ω et t.
On pourra utiliser le référentiel « relatif » $R_r(OXYZ)$ d'axe $Z'Z$ confondu avec $z'z$, dont le plan XOZ contient le disque, référentiel qui tourne donc avec la vitesse Ω par rapport à R_a.

Ex.6 Une automobile se déplace d'un mouvement uniforme de vitesse v, sur une route horizontale dirigée suivant l'axe Ox du référentiel (R) : $Oxyz$, où Oz est la verticale ascendante. On admettra que les pneus roulent sans glisser sur la route. On considérera le référentiel (R') : $Ax'y'z'$, lié à l'une des roues de centre A, de rayon r, et dont les axes sont parallèles à ceux de (R).
1- Quelle est, dans le référentiel (R), la trajectoire d'un point M de la roue de centre A, si, à l'instant $t = 0$, M est en contact avec le sol en O ?
2- **a)** Déterminer la grandeur et la direction, par rapport à la route, de la vitesse de M, à l'instant t :
- par rapport au référentiel R lié au sol,
- par rapport au référentiel R' lié à la roue.

b) Déterminer l'hodographe du mouvement de M, dans (R).
c) Montrer que le support de la vitesse v de M, dans (R), passe à chaque instant par le point I', diamétralement opposé au point de contact I du pneu avec le sol.

Ex.7 Une particule P glisse sans frottement sur une droite $(O, \vec{e}_r)$ qui tourne autour de l'axe vertical $(O, \vec{e}_z)$ avec une vitesse angulaire constante ω (voir la figure). Soit α l'angle constant que fait le vecteur unitaire $\vec{e}_r$ avec le vecteur unitaire verticale $\vec{e}_z$. On pose $OP = r$. Désignons par $R(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$ le repère orthonormé direct lié à la droite $(O, \vec{e}_r)$, et par $R_0(O,\vec{e}_{x0},\vec{e}_{y0},\vec{e}_{z0}=\vec{e}_z)$ le repère orthonormé direct lié au référentiel galiléen (R_0).



1- En considérant le référentiel galiléen (R_0) comme référentiel absolu, et le référentiel (R) auquel lié le repère R comme référentiel relatif, calculer dans la base $(\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$:
- **a-** Le vecteur vitesse relative de la particule P.
- **b-** Les trois vecteurs :
  - Accélération relative
  - Accélération d'entaînement
  - Accélération de Coriolis

2- On étudiera le mouvement relatif de P par rapport au référentiel (R)
- **a-** Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans le référentiel non galiléen (R).
- **b-** Montrer que le mouvement relatif de P obéit à l'équation différentielle de 2^{e} ordre du type $\ddot{r}-ar=b$. On exprimera les constantes a et b en fonction de ω, α et l'accélération de la pesanteur g.
- **c-** En déduire la loi $r(t)$ du mouvement.