

Programme bidimensionnel de simulation numérique du comportement dynamique des milieux continus déformables.

par B. SCHAEFFER
8, Allée Bonaparte 91080 - Courcouronnes

1. Résumé:

Ce logiciel, qui fonctionne sur microordinateur, calcule, en grandes déformations, le comportement dynamique de milieux continus (solides, liquides, gaz). Les comportements rhéologiques peuvent être élastiques, plastiques, visqueux, compressibles, pesants, à surface libre avec ou sans tension superficielle. Ces propriétés peuvent être combinées pour obtenir par exemple les corps viscoplastiques. Les critères de plasticité (avec ou sans limite élastique supérieure ou écrouissage) et de rupture, la propagation des bandes de glissement, des fissures et des ondes sont pris en compte. Les conditions aux limites peuvent être de différents types : vitesse, pression, contact, frottement, encastrement ...

2. Introduction

La simulation numérique du comportement dynamique des matériaux existe depuis une vingtaine d'années, mais elle nécessitait des moyens importants. Avec l'avènement des microordinateurs, Les expériences numériques sont accessibles à toute entreprise en disposant. Les microordinateurs ont toutefois des limites et des ordinateurs puissants restent nécessaires pour les structures complexes. La méthode proposée ici est particulièrement adaptée à la simulation des essais sur éprouvettes.

Le procédé de calcul consiste à mailler le domaine en quadrilatères où les contraintes et les déformations sont constantes. La trajectoire d'un noeud est calculée en appliquant la loi fondamentale de la dynamique à un élément qui entoure le noeud considéré et construit en joignant les noeuds voisins. La méthode est à mi-chemin entre les éléments finis et les différence finies.

3 Modèle numérique

Le principe du maillage est représenté sur la figure 1. Les mailles, rectangulaires et identiques sur la figure, peuvent être des quadrilatères quelconques. Dans chaque maille, les contraintes et les déformations sont constantes. En surface, les mailles ont une épaisseur nulle, ceci pour simplifier l'expression des conditions aux limites. Le mouvement d'un noeud, considéré comme un point matériel, est calculé en appliquant la loi fondamentale de la dynamique au solide obtenu en joignant les quatre noeuds entourant le noeud considéré. Ce quadrilatère, qui est un losange sur la figure 1, est constitué de quatre demi-mailles.

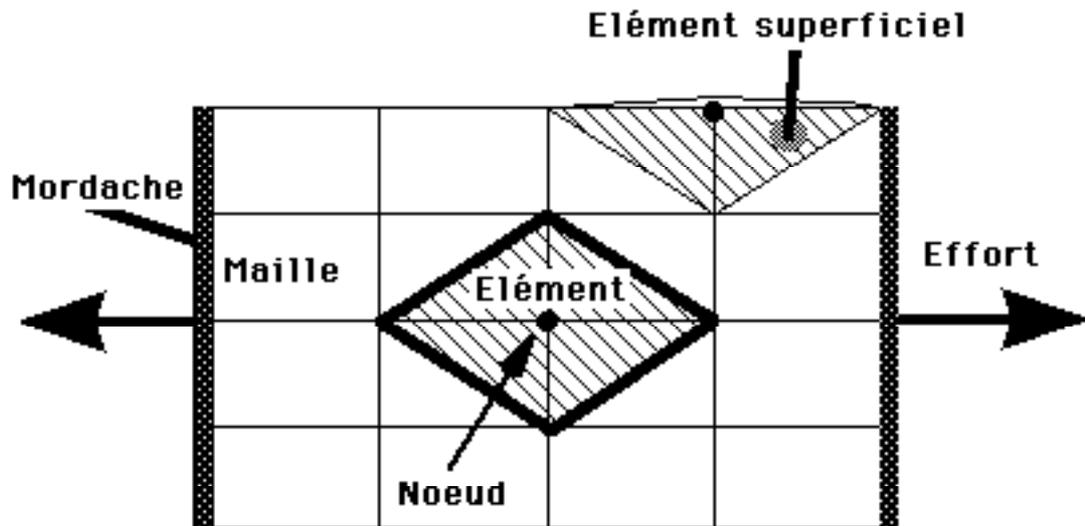


FIGURE 1. Maillage d'un essai de traction.

Les déformations sont calculées directement d'après la variation de géométrie de la maille au cours de la déformation sans utiliser les formules classiques des déformations finies comme celles de Cauchy.

Les contraintes sont reliées aux déformations par une loi de comportement rhéologique, représenté par exemple par l'un des modèles de la figure 2, correspondant respectivement à un comportement plastique avec écrouissage ou à un comportement viscoplastique.

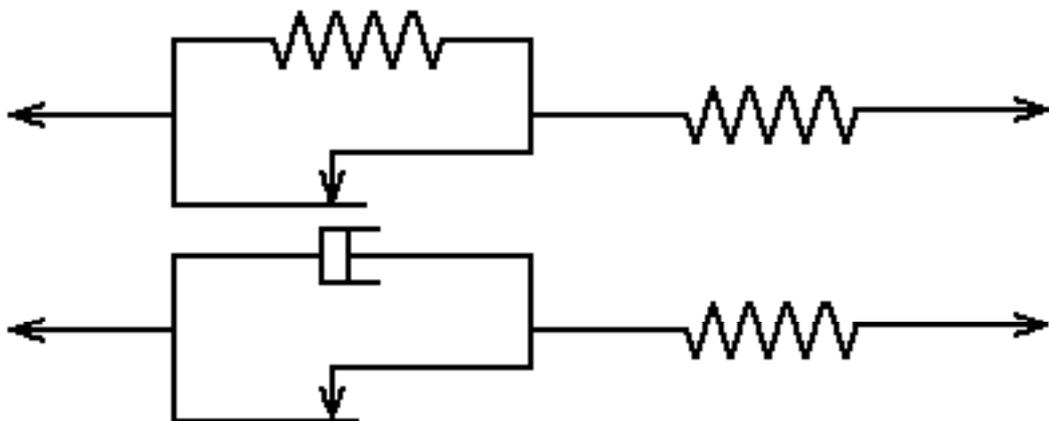


FIGURE 2. Exemples de modèles rhéologiques pouvant être introduits dans le logiciel.

On calcule les efforts sur chacune des quatre diagonales, puis leur résultante, à laquelle on ajoute éventuellement l'effort dû à la pesanteur (Fig. 3).

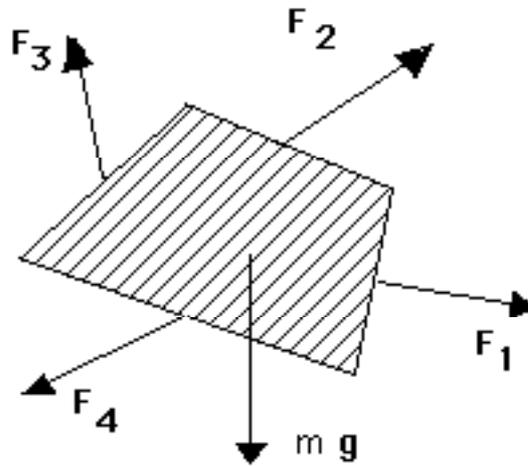


FIGURE 3. Forces appliquées à un élément.

La loi fondamentale de la dynamique donne l'accélération, qu'on intègre deux fois par différences finies pour obtenir le déplacement du noeud. Ce cycle est répété pour chaque pas de temps. On doit respecter la condition de Courant-Friedrichs-Lewy pour un calcul stable: le pas de temps doit être tel que la propagation des ondes pendant ce laps de temps soit inférieure à la taille de la maille.

4. Applications numériques

La méthode a d'abord été appliquée aux fluides non visqueux, où les équations sont plus simples. Il a été ainsi possible de simuler le déferlement d'une vague [1]. Dès lors que les efforts de cisaillement ont pu être pris en compte, il devient extrêmement facile de simuler n'importe quel type de comportement rhéologique. Le mouvement d'un ski à grande vitesse (et du skieur, simulé par une masse inerte) est un bon exemple de comportement élastique, comme le montre la figure 4.



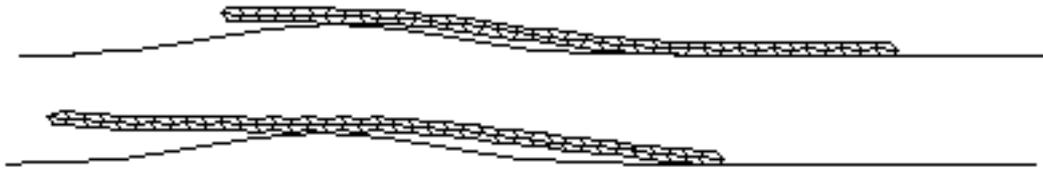


FIGURE 4. Mouvement et déformation d'un ski passant une bosse à grande vitesse.

Les résultats ci-après sont pour la plupart relatifs à l'acier mais on peut simuler n'importe quel matériau: il suffit de changer les constantes élastiques et les modèles rhéologiques.

Le comportement en traction de l'acier doux est caractérisé par l'existence d'une limite élastique supérieure et l'apparition de bandes de glissement appelées bandes de Piobert-Lüders [2]. Le logiciel qui a été développé permet tout à fait de simuler ces phénomènes comme le montrent les figures ci-dessous. On voit à gauche une courbe de traction obtenue en utilisant le modèle élasto-plastique de la figure où la limite élastique baisse de 50 % lors de l'apparition de la première déformation plastique. Les bandes de glissement (à droite sur la figure 5) se propagent d'une extrémité de l'éprouvette à l'autre, sous un angle voisin de 45° avec l'axe de l'éprouvette. La force appliquée reste constante tant que l'écroutissage est négligeable.

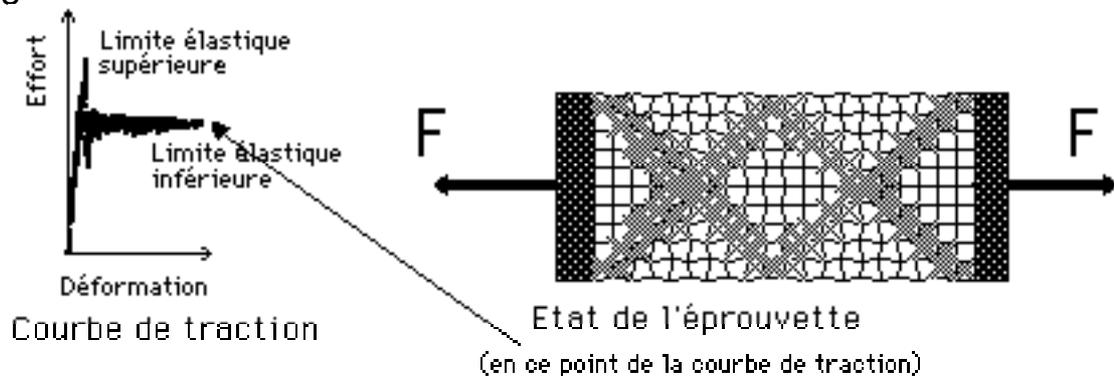


FIGURE 5. Courbe de traction d'une éprouvette d'acier doux. Eprouvette déformée avec les bandes de Piobert-Lüders.

La figure 6 montre un exemple de matériau à limite élastique supérieure, où on voit les grandes déformations dans les bandes de glissement, en traction et en compression.

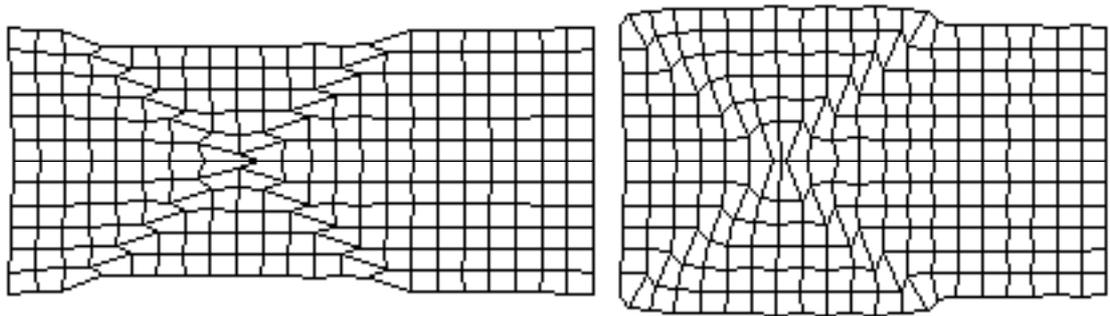


FIGURE 6. Déformations localisées dans les bandes de glissement dans un matériau à limite élastique supérieure: traction à gauche où une striction apparaît et compression à droite où on observe un effet tonneau. Ces bandes de glissement ressemblent tout à fait à celles que l'on observe dans certains cristaux [3].

Lorsque le matériau présente de l'érouissage, on obtient des courbes comme celles qui sont représentées ci-dessous. La courbe de droite représente un cycle de traction-compression, avec mise en évidence de l'effet Bauschinger.



FIGURE 7. Courbe de traction (à gauche) et cycle complet de traction-compression (à droite) sur un matériau avec limite élastique supérieure et érouissage. A droite, des oscillations apparaissent sur la courbe; elles proviennent de la propagation d'ondes dans l'éprouvette. En effet, pour minimiser la durée du calcul l'essai numérique est effectué à grande vitesse (10 m/s). Le démarrage de l'essai provoque un choc et donc une propagation d'ondes.

Dans un matériau ne présentant pas de limite élastique supérieure les bandes de glissement n'apparaissent pas, comme on peut s'y attendre. La striction s'y produit également, mais, à la différence de la figure 6, la forme de l'éprouvette est plus régulière. Pour être sûr que la striction se fasse bien au centre, l'éprouvette a une section initiale légèrement plus faible au centre. La déformation augmente de façon catastrophique au centre de l'éprouvette et selon la résistance à la traction du matériau on aboutit à une séparation en

deux de l'éprouvette lorsque la section s'annule [4]. On observe aussi parfois une rupture brutale due à la triaxialité des contraintes créées par la nouvelle forme de l'éprouvette. La simulation montre bien cet effet de striction qu'il n'est toutefois pas possible de poursuivre jusqu'à la séparation complète.

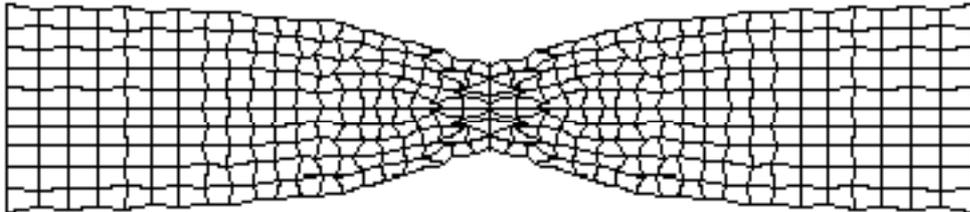


FIGURE 8. Phénomène de striction en traction.

La striction de l'éprouvette la fait ressembler à une éprouvette entaillée. On sait [4] que les fissures apparaissent alors au centre de l'éprouvette. Ceci n'a pu être simulé dans le cas de la striction, mais on constate sur une éprouvette entaillée (fig.9) que la fissure apparaît, conformément à la théorie de la plasticité, à la limite des zones élastique et plastique. C'est en effet à cet endroit que la contrainte est maximale lorsqu'il y a eu déformation plastique au voisinage de l'entaille.

La figure 9 montre une éprouvette entaillée ayant subi une déformation plastique localisée au voisinage de la concentration de contraintes créée par l'entaille. Les mailles plastifiées sont représentées en gris. Les critères de plasticité et de rupture utilisés sont voisins, respectivement, de ceux de Tresca et de Rankine. Ils en diffèrent en ce que les contraintes sont relatives au maillage et non aux directions principales du tenseur des contraintes. Les régions où un cisaillement dépasse la limite d'élasticité sont en grisé et celles où une contrainte normale dépasse la résistance en traction (c'est-à-dire où il y a rupture) sont en noir.

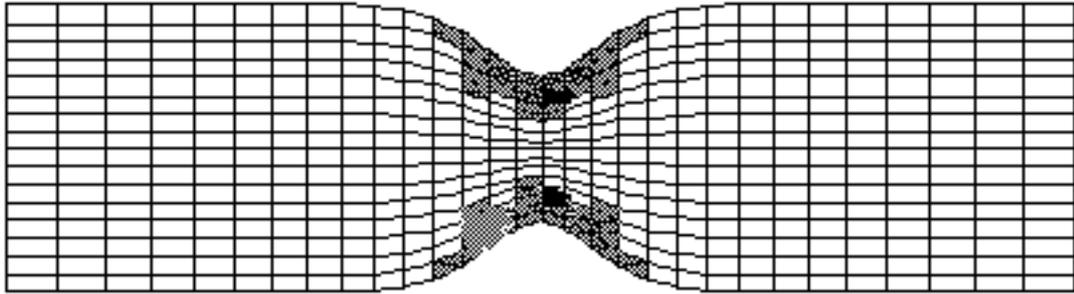


FIGURE 9. Rupture fragile dans l'acier doux dans une zone de concentrations de contraintes. Fissures apparaissant dans une éprouvette à gorge ayant subi une traction légèrement au-delà de la limite élastique. La zone plastifiée apparaît en gris. Deux zones noires correspondent à des mailles où la contrainte a dépassé la résistance à la traction: ce sont des fissures. Ces fissures apparaissent à l'intérieur du matériau et sont donc particulièrement dangereuses car on ne les voit pas (sauf si le matériau est transparent ou si on utilise les rayons X).

On peut simuler non seulement l'apparition des fissures mais aussi leur propagation. Un problème qui a fait couler beaucoup d'encre est la propagation d'une fissure oblique. Ce problème est celui de la direction de propagation d'une fissure préexistante dans le matériau, inclinée à 45° , et soumise à un effort de traction. La loi de comportement est ici élasto-plastique avec une limite élastique supérieure et le critère de rupture celui de Rankine. On remarque sur la figure les zones déformées plastiquement (en gris). On constate que la fissure se propage perpendiculairement à la force appliquée, conformément à l'expérience bien que certaines théories prévoient un autre angle.

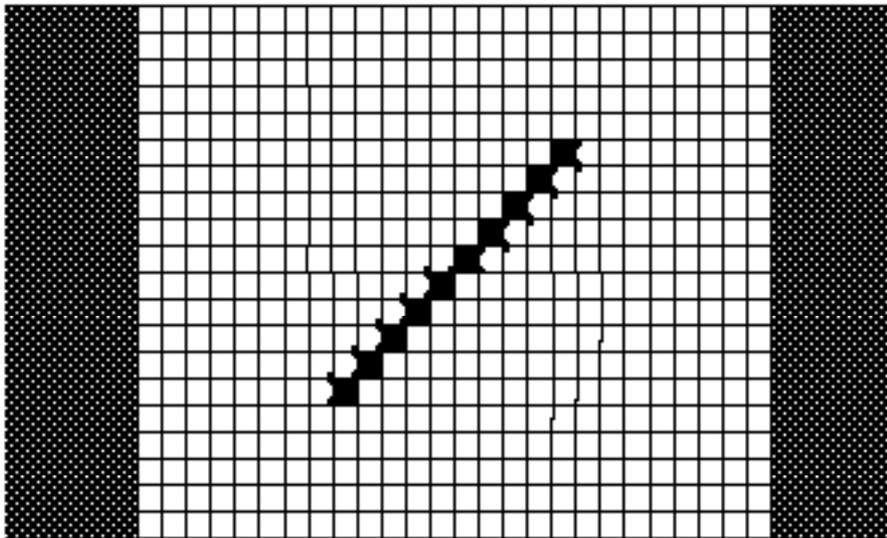


FIGURE 10. Eprouvette avant traction avec fissure artificielle.

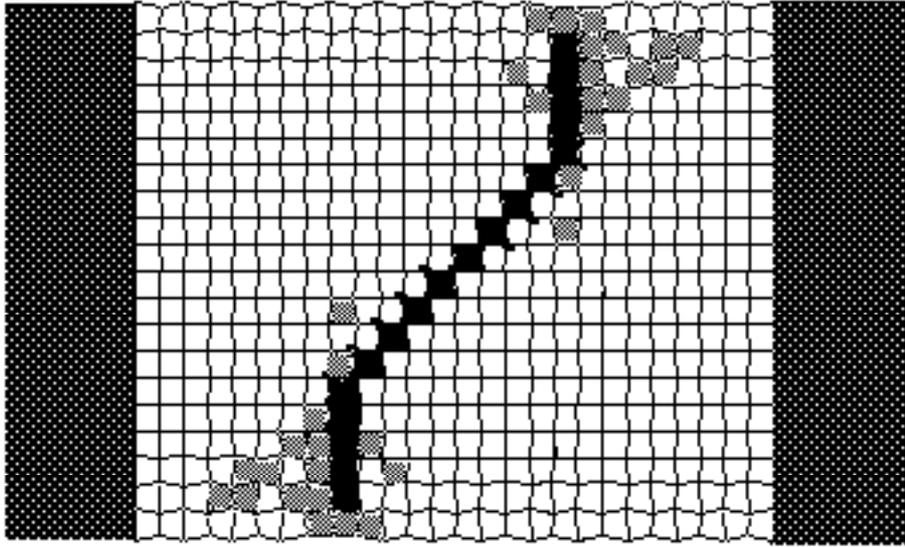


FIGURE 11. Forme de la fissure après propagation. On remarque les zones déformées plastiquement, en gris. La propagation de la fissure est verticale, perpendiculairement à l'effort de traction, horizontal.

5. Discussion

La vitesse de calcul est de 10 mailles par seconde sur un microordinateur Macintosh. Pour 1000 cycles de calcul sur un modèle de 1000 noeuds il faut donc 100000 s soit 30 heures. Sur un Cray, le même calcul serait 1000 fois plus rapide soit une durée de l'ordre de la minute. En fait les délais seraient bien plus longs car il faut faire appel à de nombreux intermédiaires, qu'il faut rémunérer. De plus le coût du microordinateur est pratiquement négligeable, comparé aux autres frais .

La méthode fonctionnant sur microordinateur, il n'est pas possible de simuler des structures d'une grande complexité, mais elle peut être d'une grande utilité pour simuler les essais sur éprouvettes et ainsi mieux comprendre le comportement des matériaux, avant d'utiliser les grands codes de calcul dont le coût est sans comparaison.

6. Conclusions

Les exemples présentés ci-dessus concernent des essais quasi-statiques. En fait les vitesses de déformations sont très élevées, pour minimiser la durée de calcul. Elles sont toutefois

suffisamment faibles pour que les phénomènes dynamiques soient négligeables. Parmi les exemples présentés, seul le calcul du mouvement des skis montre des effets que l'on n'obtient pas à faible vitesse. On a voulu montrer dans un premier temps que la méthode permet de traiter le comportement mécanique quasi-statique, mais elle est particulièrement adaptée à la résolution des problèmes transitoires comme les chocs et les propagations d'ondes. Il n'est pas possible, pour le moment, d'affirmer que les phénomènes d'ondes de choc pourront être traités. Les comportements orthotropes, dilatants ou autres sont envisageables. La simulation du comportement de corps multiplement connexes est possible dans les cas simples.

7. Références

1. SCHAEFFER B., A lagrangian 'solid' element method for large amplitude movement of a compressible fluid with free surface., 4th Int. Conf. Num. Meth. Laminar Turbulent Flow, Swansea, 1985.

2. POMEY G., GRUMBACH M., CRUSSARD C. - Aspect des bandes de Piobert-Lüders sur des éprouvettes en tôle d'acier extra-doux recouvertes de vernis élastique, Mém. Scientif. Rev. Métallurgie, N° 4, avril 1964.

3. DUPUY C., SCHAEFFER B. - Influence of Colour Centres on the Plastic Deformation of Halide Crystals, Proc. Brit. Cer. Soc., 6 (1966) 257.

4. NADAI A. - Theory of flow and fracture of solids, New York, 1950.

