corrigés

Exercice 1.

1)a) Résolution dans $\mathbb{R}$ de $\sin 2x=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

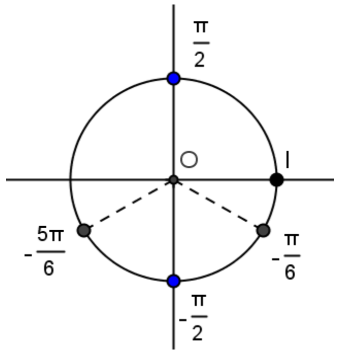
$$\sin 2x=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow 2x=\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2k\pi \quad \text{ou} \quad 2x=\pi-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+2k\pi$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad \text{ou} \quad 3x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi \quad \text{ou} \quad x=\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3}$$

Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont donc les nombres $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ et $x=\frac{\pi}{2}+\frac{2k'\pi}{3}$ avec $k,k'\in\mathbb{Z}$.

b) L'ensemble des solutions dans $]-\pi;\pi]$ est

$$S=\left\{-\frac{5\pi}{6};-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right\}$$

2)



Exercice 4

Pour chacune des propositions (=phrases) suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier (Pas de points pour une réponse non justifiée.)

Proposition 1 : VRAI

<u>Remarque</u> : On ne vous demande pas si $\cos a=\cos b$ est *équivalent à* $\cos 2a=\cos 2b$ On vous demande si $\cos a=\cos b \Rightarrow \cos 2a=\cos 2b$. Il s'agir donc de savoir si en partant de $\cos a=\cos b$ on peut arriver à $\cos 2a=\cos 2b$. On peut, la preuve :

$$\cos a=cosb$$
$$\Leftrightarrow a=b+2k\pi \quad \text{ou} \quad a=-b+2k\pi$$
$$\Leftrightarrow 2a=2b+4k\pi \quad \text{ou} \quad 2a=-2b+4k\pi$$
$$\Rightarrow \cos 2a=\cos(2b+4k\pi)=\cos 2\text{b} \quad \text{ou} \quad \cos 2a=\cos(-2b+4k\pi)=\cos 2\text{b}$$

Proposition 2 : **VRAI**

$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})=\frac{14\pi}{3}\,mod\,2\pi \overset{(i)}{\Leftrightarrow}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC})=\frac{14\pi}{3}+\pi\,mod\,2\pi=\frac{14\pi}{3}+\pi-6\pi\,mod\,2\pi=-\frac{\pi}{3}\,mod\,2\pi$$

(i) car $(\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi$

(*Rappel: Dire que des nombres sont égaux modulo* 2π *signifie qu'ils diffèrent d'un multiple de* 2π .)

Proposition 3 : FAUX

<u>Pour montrer qu'une proposition est fausse, il suffit de donner un contre-exemple.</u>

Prenons $a=\frac{\pi}{6}$ et $b=\pi-\frac{\pi}{6}$. $\sin a=\sin b$ et pourtant, comme $a=\frac{\pi}{3}$ et $b=2\pi-\frac{\pi}{3}$, on a $\sin 2a=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\neq-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\sin 2b$.

Proposition 4 : **FAUX**

$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EF})\overset{(i)}{=}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{EF})\overset{(ii)}{=}(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{CD})=\frac{3\pi}{4}-\frac{5\pi}{4}=-\frac{\pi}{2}\,mod\,2\pi\neq 0\,mod\,\pi$$

(i) Par Chasles

(ii) car $(\vec{u},\vec{v})=-(\vec{v},\vec{u})$

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EF})\neq 0\,mod\,\pi$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ ne sont pas colinéaires.