Le plan est muni d'un repère orthonormal direct (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$) (unité graphique : 1 cm).

Soient A, B et I les points d'affixes respectives 1 + i, 3 − i et 2.

À tout point M d'affixe z, on associe le point M′ d'affixe z' telle que $z' = z^2 - 4z$. Le point M′ est appelé l'image de M.

1. Faire une figure sur une feuille de papier millimétré et compléter cette figure tout au long de l'exercice.

2. Calculer les affixes des points A′ et B′, images respectives des points A et B. Que remarque-*t*-on?

3. Déterminer les points qui ont pour image le point d'affixe − 5.

4. *a*. Vérifier que pour tout nombre complexe z, on a :

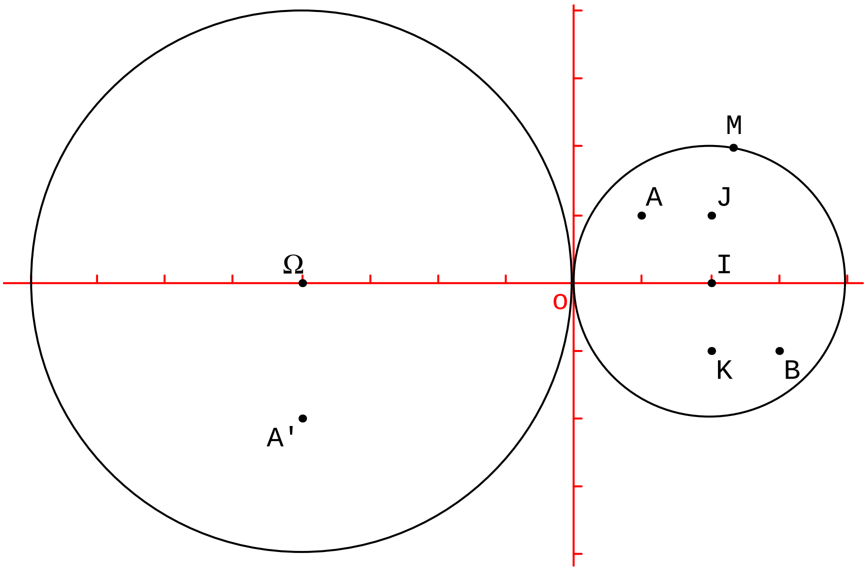
$$z' + 4 = (z - 2)^2.$$

***b*.** En déduire une relation entre $| z' + 4 |$ et $| z - 2 |$.

***c*.** Que peut-on dire du point M′ lorsque M décrit le cercle C de centre I et de rayon 2 ?

CORRECTION

1.



2. Soit a' l'affixe de A', $a' = (1 + i)^2 - 4(1 + i)$ donc $a' = 2i - 4 - 4i$ donc $a' = -4 - 2i$

Soit b' l'affixe de B', $b' = (3 - i)^2 - 4(3 - i) = 8 - 6i - 12 + 4i$ donc $b' = -4 - 2i$ donc A' = B'

3. Si un point d'affixe z a pour image le point d'affixe − 5 alors $z^2 - 4z = -5 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 5 = 0$

$\Delta = 16 - 4 \times 5 = -4 = (2i)^2$ donc $z_1 = \dfrac{4 + 2i}{2} = 2 + i$ et $z_2 = 2 - i$.

4. *a*. $z' + 4 = z^2 - 4z + 4 = (z - 2)^2$

***b*.** $z' + 4 = (z - 2)^2$ donc $| z' + 4 | = | z - 2 |^2$.

***c*.** Lorsque M décrit le cercle C de centre I et de rayon 2 alors $| z - 2 | = 2$ donc $| z' + 4 | = 4$

M' décrit le cercle C ' de centre Ω (– 4) et de rayon 4