On désigne par x un réel appartenant à l'intervalle [0 ; 80].
Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges.
Parmi les cubes bleus, 40 % ont leurs faces marquées d'un cercle, 20 % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.
Parmi les cubes rouges, 20 % ont leurs faces marquées d'un cercle, x % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

Partie A : expérience 1

On tire au hasard un cube de l'urne.

1. Démontrer que la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est égale à $0{,}12 + 0{,}004\,x$.
2. Déterminer x pour que la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange soit égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile.
3. Déterminer x pour que les évènements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.
4. On suppose dans cette question que $x = 50$.

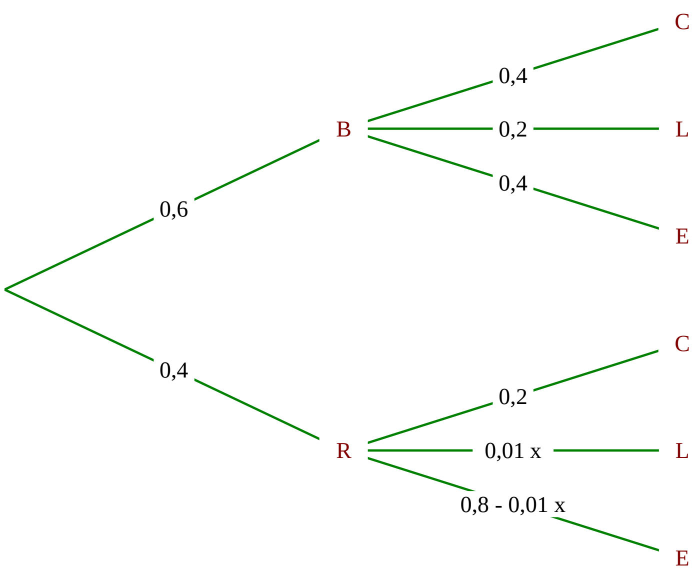
Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.

Partie B : expérience 2

On tire au hasard simultanément 3 cubes de l'urne.
Les résultats seront arrondis au millième.

1. Quelle est la probabilité de tirer au moins un cube rouge ?
2. Quelle est la probabilité que les cubes tirés soient de la même couleur ?
3. Quelle est la probabilité de tirer exactement un cube marqué d'un cercle ?

CORRECTION



1. La probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est :

$p(L) = p(B \cap L) + p(R \cap L) = 0{,}6 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}01\,x$
$p = 0{,}12 + 0{,}004\,x$.

2. la probabilité de tirer un cube marqué d'une étoile est :

$p\,(B \cap E) + p(R \cap E) = 0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times (\,0{,}8 - 0{,}01\,x)$
soit $0{,}56 - 0{,}004\,x$
la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange est égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile quand
$0{,}12 + 0{,}004\,x = 0{,}56 - 0{,}004\,x$ donc $0{,}008\,x = 0{,}44$ soit $x = 55$.

3. La probabilité de tirer un marqué d'un losange est $p(L) = 0{,}12 + 0{,}004\,x$

Les évènements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » sont indépendants si et seulement si : $p\,(B \cap L) = p(B) \times p(L)$
soit $0{,}12 = 0{,}6 \times (0{,}12 + 0{,}004\,x) \Leftrightarrow 12 = 7{,}2 + 0{,}24\,x \Leftrightarrow 4{,}8 = 0{,}24\,x \Leftrightarrow x = 20$

4. $p(B \cap L) = 0{,}12$ et $p(L) = 0{,}12 + 0{,}004 \times 50 = 0{,}32$

La probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange est $p_L(B) = \dfrac{p\,(B \cap L)}{p\,L)} = \dfrac{0{,}12}{0{,}32} = \dfrac{3}{8}$

Partie B : expérience 2

1. L'événement « tirer au moins un cube rouge » est événement contraire de « ne pas tirer un cube rouge » soit de l'événement « tirer trois cubes bleus » donc $p = 1 - 0{,}6^3$.

2. On a tiré soit 3 cubes rouges ($p = 0{,}4^3$) soit 3 cubes bleus ($q = 0{,}6^3$) donc la probabilité que les cubes tirés soient de la même couleur est :

$p = 0{,}6^3 + 0{,}4^3 = 0{,}28$

3. La probabilité de tirer un cube marqué d'un cercle est

$0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}32$.

Il y a 32 cubes marqués d'un cercle et $100 - 32 = 68$ cubes non marqués d'un cercle donc : la probabilité de tirer exactement un cube marqué d'un cercle est $\dfrac{\begin{pmatrix}1\\32\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\68\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}3\\100\end{pmatrix}} = 0{,}451$.